

# Theorie und Praxis einer Berechnungssoftware für die äquivalente Konizität

Dipl.-Ing. Sebastian Günther; Voith Turbo GmbH & Co. KG; Kiel (zuvor: TU Dresden)

Dipl.-Phys. Max Metzger, M.A., Technische Universität Dresden und Hochschule Hannover

## 1 Begriffsbestimmung

Die „Äquivalente Konizität“ ist in der Schienenfahrzeugtechnik u. a. als Akzeptanzgröße zur Bewertung der Stabilität des Fahrzeuglaufs allgemein anerkannt und daher in verschiedenen Normen und Richtlinien als Zulassungs- und Netzzugangskriterium fest verankert. Ihre Definition stützt sich auf der durch Messungen untermauerten Annahme, dass eine Abrollbewegung in sinusförmiger Bewegungsbahn des Radsatzschwerpunktes, wie sie von Radsätzen mit rein konischer Lauffläche bekannt ist, auch bei realen Radsätzen (deren Laufflächen i. A. gerade nicht konisch sind, sondern üblicherweise durch eine Aneinanderreihung von Kreisbögen beschrieben werden) auftritt. Der Zusammenhang zwischen der Rollradiendifferenz  $\Delta r$  und der Querverschiebung  $y$  ist in diesem Fall jedoch nicht mehr linear, weshalb die bekannte kinematische Theorie von J. KLINGEL [2] für die Beschreibung der Wellenlänge zunächst nicht anwendbar ist. Stattdessen wird ein fiktiver Radsatz mit konischem Laufflächenprofil gesucht, der jedoch die gleichen kinematischen Eigenschaften bei gegebener Amplitude  $a$  und bekanntem Schienenprofil aufweist: Dabei wird die äquivalente Konizität  $\tan \gamma_e$  dadurch festgelegt, dass die Wellenlänge der Radsatzbewegung für einen solchen symmetrischen Radsatz mit rein konischer Profilneigung  $\tan \gamma$  genau gleich derjenigen des gegebenen Radsatzes mit veränderlicher Profilneigung und der Amplitude  $a$  ist. Es ergibt sich für die Wellenlänge eine nichtlineare Differentialgleichung, für welche in DIN EN 15302/UIC 519 der zugehörige Lösungsalgorithmus definiert ist. Dieser wurde in einer Berechnungssoftware umgesetzt und im Rahmen der Erstellung der Berechnungssoftware analysiert und hinsichtlich seiner mathematischen, physikalischen und technischen Grundlagen bewertet. Einige Erkenntnisse werden nachfolgend angesprochen und anschließend diskutiert.

## 2 Zu einzelnen Einflussfaktoren auf die äquivalente Konizität

Auf die Darlegung des Rechengangs zur Bestimmung von  $\tan \gamma_e$  wird an dieser Stelle verzichtet und stattdessen wird auf das gängige Schrifttum zur Schienenfahrzeugdynamik verwiesen. Im Folgenden werden beispielhaft die Einflüsse von vier Einflussfaktoren – zwei Verfahrensfaktoren und zwei Parameterfaktoren – diskutiert, die sich beim Entwurf des Berechnungsprogramms als besonders maßgeblich herausgestellt haben.

### 2.1 Einfluss des Berechnungsverfahrens

Grundsätzlich könnte die in Abschnitt 1 skizzierte Aufgabenstellung mit beliebigen Methoden gelöst werden, solange die Berechnungsergebnisse  $\tan \gamma_e = f(y)$  im Rahmen der von DIN EN 15302 definierten Grenzwerte bleiben. Konkret werden in der genannten Norm die Verfahren

- Integration der nichtlinearen Differentialgleichung sowie
- lineare Regression und asymmetrische lineare Regression

vorgeschlagen. Darüber hinaus ist in der Literatur noch das Verfahren „harmonische Linearisierung“ beschrieben. Die Verfahren lineare und harmonische Regression sind dabei approximative Ansätze, die auch bei fortwährender Verkleinerung der benutzten Schrittweiten nicht zu einem konvergenten Verfahren führen. Andererseits ist der höhere Aufwand für das numerische Verfahren zur Integration der Differentialgleichung - welches im Grenzübergang kleiner Schrittweiten exakt ist - nach Erfahrung der Autoren nicht der rechentechnische Flaschenhals, sodass darauf zurückgegriffen werden sollte, solange keine großen Mengen an Daten in kurzer Zeit auszuwerten sind.

### 2.2 Einfluss des Glättungsverfahrens

Die Berechnung der Rollradiendifferenz stellt einen Kernpunkt bei der Bestimmung der äquivalenten Konizität dar. Dabei sind globale Minima von Funktionen zu bestimmen, was selbst im eindimensionalen Fall aufwendig sein kann. Bereits kleine Änderungen von Eingangsdaten können zu relativ großen Veränderungen der Lage der Minimalstellen und daraus resultierend auch zu relativ großen Änderungen im Berechnungsergebnis von  $\tan \gamma_e = f(y)$  führen. Das Finden der Minima ist dadurch erschwert, dass die Rollradiendifferenz keine glatte Funktion sein muss. Sie kann sowohl als Funktion selbst als auch in der ersten Ableitung Sprünge aufweisen. Einfacher und numerisch stabiler ist die Berechnung der Rollradiendifferenz, wenn die Rad- und Schienenprofile explizit durch analytische Funktionen gegeben sind (in der Regel Kreisprofilstücke oder lineare Abschnitte, wie bspw. bei der Definition von Rad- und Schienenprofilen in DIN EN 13715 bzw. 13764). Werden die Profile hingegen aus endlichen Wertetabellen konstruiert (z. B. aus Messdaten), dann haben Glättungsalgorithmen einen nicht vernachlässigbaren Einfluss auf die Rollradiendifferenz und damit auf die äquivalente Konizität. Die Ergebnisse solcher Rechnungen können nur dann sinnvoll verglichen werden, wenn die gleichen Glättungsalgorithmen verwendet werden, vergleiche Abb. 1, in der beispielhaft unterschiedliche Glättungsver-

fahren angewandt wurden. Die DIN EN 15302 enthält hierzu keine konkreten Festlegungen, sondern definiert lediglich Testszenarien, anhand derer die Wirksamkeit der gewählten Glättung validiert wird. Die zulässige Abweichung der berechneten äquivalenten Konizität beträgt dabei 0,1, während in der TSI Loc&Pas die zulässigen Grenzwerte von  $\tan \gamma_e$  teilweise in Intervallen mit Schrittweite 0,5 definiert sind.

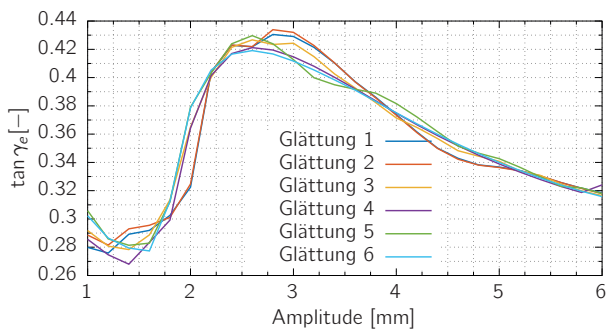


Abb. 1 Einfluss des Glättungsverfahrens

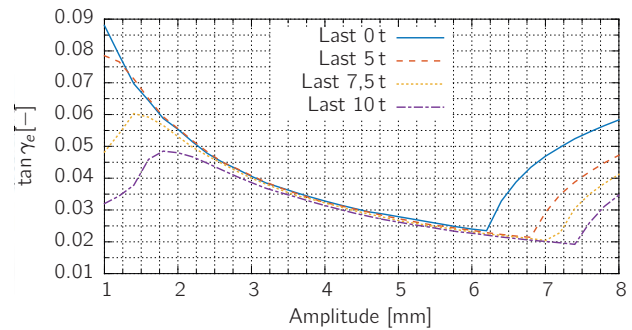


Abb. 2 Einfluss der Radsatzbelastung

### 2.3 Einfluss der Radsatzbelastung

Die DIN EN 15302 empfiehlt, die Auslenkung der Radscheiben (aus der bisher angenommenen senkrechten Lage der Radrücken) infolge der Durchbiegung der Radsatzwelle bei Belastung zu berücksichtigen. Ein konkretes Verfahren wird dazu nicht vorgeschrieben. Ohne erheblichen Aufwand - der das gesamte Konzept der äquivalenten Konizität als vergleichsweise einfach zu berechnende Größe ad absurdum führen würde - kann die Durchbiegung nach Ansicht der Autoren nur durch Berechnung der Biegelinie unter vereinfachenden Annahmen erfolgen. Damit könnte die Belastung durch entsprechend verdrehte Laufflächenprofile Berücksichtigung finden. Da sich mit der Durchbiegung der Radsatzwelle auch der kinematische Lauf des Radsatzes ändern wird, ist zu hinterfragen: Sind diese Änderungen gegenüber den Auswirkungen auf die Rollradiendifferenz vernachlässigbar? Gilt dann noch die Klingelsche Gleichung in guter Näherung? Kritisch ist ferner die Verwendung von Profilmessdaten, wenn diese im eingebauten Zustand am Radsatz gewonnen wurden und nicht bekannt ist, wie das Fahrzeug beladen ist und wie stark folglich die Radscheiben aus der senkrechten Lage ausgelenkt sind.

Das Berechnungsprogramm der Autoren berücksichtigt die Radsatzbelastung wie eingangs beschrieben durch Bestimmung der Biegelinie. Abhängig vom Typ der Lagerung (Außen- oder Innenlagerung, Abstand der Kraffteinleitung von der Messkreisebene) sowie von der gewählten Profil-Kombination konnten bei beispielhaften Testrechnungen teilweise Abweichungen festgestellt werden, die sich jedoch überwiegend im Bereich besonders niedriger oder hoher Amplituden bemerkbar machen, vergleiche Abb. 2.

### 2.4 Einfluss des Wankens

In DIN EN 15302 wird weiterhin gefordert, das sog. „Wanken“ des Radsatzes - also seine Neigung um die Längsachse infolge der Rollradiendifferenz - zu berücksichtigen. Dies erfordert einen beträchtlichen zusätzlichen Aufwand infolge der deutlich komplizierteren geometrischen Verhältnisse. So können z. B. die Kontaktpunkte Rad/Schiene nicht mehr einzeln für jede Radsatzseite bestimmt werden, sondern es sind beide Laufflächenprofile zugleich zu betrachten. Andererseits erfordert die Ableitung der Klingelschen Differentialgleichung gerade die Behandlung als ebene Bewegung und daher die Vernachlässigung des Wankens. Es ist daher zu hinterfragen, ob die Berücksichtigung bei der Koeffizientenfunktion einer Differentialgleichung sinnvoll sein kann, wenn die Differentialgleichung selbst nur bei Nichtberücksichtigung des Wankens gilt?

## 3 Diskussion der äquivalenten Konizität als Beurteilungsgröße der Laufstabilität

Unter einer Reihe vereinfachender Annahmen kann aus der nichtlinearen Bewegungsgleichung des ungefesselten Radsatzes die Berechnung der kritischen Geschwindigkeit (also der Grenzgeschwindigkeit, bei welcher der Radsatzlauf seine Stabilität gegenüber kleinen Störungen verliert) auf einen Ausdruck der Form

$$v_{krit} = \sqrt{\frac{c \cdot b \cdot r_0}{m \cdot \tan \gamma_e}}$$

geführt werden. Auf Basis der Gleichung liegt die Versuchung nah, zu behaupten: „Eine kleine äquivalente Konizität erhöht die kritische Geschwindigkeit und wirkt also stabilisierend.“ Die normative Anwendung der äquivalenten Konizität als Maß für die Laufstabilität folgt grundsätzlich dieser Argumentation.

Die genannten Bewegungsgleichungen beruhen jedoch auf zwei Linearisierungen: Zum einen die Behandlung der Problemstellung über die Linearisierung an einer stationären Lösung und zum zweiten die Ersetzung des nichtlinearen Rad/Schiene-Kontakts durch einen linearen Zusammenhang über die Nutzung der äquivalenten Konizität. Beides ist zumindest fragwürdig:

- Die äquivalente Konizität ist amplitudenabhängig. Dementsprechend wird von einer Querverschiebung über den gesamten Bereich ausgegangen, über den jedoch in gleicher Weise linearisiert wird.
- Die Bestimmung der äquivalenten Konizität beruht ihrerseits auf einer Reihe von Annahmen, die selbst Linearisierungen sind, die Kleinheit gewisser Größen erfordern oder überhaupt Idealisierungen darstellen (z. B. der Punktkontakt Rad/Schiene). Während bei der Herleitung der Differentialgleichung also i. A. Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden, wird nur für die Rollradiendifferenz genau der nichtlineare Zusammenhang eingesetzt. Macht es Sinn, an einer Stelle mit hohem Aufwand zu rechnen, wenn an anderer Stelle schon längst größere Fehler vorliegen?

Schließlich ist zu berücksichtigen, dass die äquivalente Konizität - wie in Abschnitt 1 bereits angesprochen - auf eine kinematische Modellvorstellung des Radsatzlaufs zurückgeführt wird, welche für die Stabilität des Fahrzeuglaufs entscheidende Größen wie Massen-, Feder- und Dämpferkräfte (die sich aus dem Aufbau von Fahrwerk und Fahrzeugkasten ergeben und ihrerseits mit erheblichen Nichtlinearitäten verbunden sind) unberücksichtigt lässt.

Wirklich zuverlässige Aussagen über die Stabilität können nach Ansicht der Autoren nur durch Betrachtung der vollen nichtlinearen Bewegungsgleichungen und Zusammenhänge gewonnen werden. Natürlich werden sich in diesem Fall keine expliziten Formeln für die kritische Geschwindigkeiten ergeben – stattdessen erfolgt die Lösung auf Basis von numerischen Rechnungen und Simulationen. Die äquivalente Konizität ist jedoch historisch mit dem Interesse an der Stabilitätsuntersuchung des Fahrzeuglaufs in einer Zeit gewachsen, in der nach höheren Fahrgeschwindigkeiten im Regelbetrieb gestrebt wurde, während zugleich die Behandlung großer nichtlinearer Differentialgleichungssysteme noch nicht durchführbar war. Entsprechend wurden zur Vereinfachungen unter zusätzlichen Annahmen Kenngrößen extrahiert, die explizit berechenbar waren und von denen sich zudem eine möglichst gute Wiedergabe der realen Verhältnisse versprochen wurde. Heute existiert Rechentechnik, mit welcher sich derartige Aufgabenstellungen lösen lassen. Entsprechend wird die äquivalente Konizität kontrovers diskutiert, beispielhaft sein auf eine Aufsatz von H. TRUE [3] verwiesen, welcher Beispiele aus der Zulassungspraxis beschreibt, die aufzeigen, zu welchen Fehleinschätzungen und wirtschaftlichen Schäden die Anwendung der äquivalenten Konizität als Stabilitätskriterium führen kann.

#### 4 Zusammenfassung

Die in Abschnitt 2 beschriebenen Einflüsse von Einflussfaktoren motivieren, bestehende Berechnungsverfahren weiter zu verbessern, um die äquivalente Konizität exakter bestimmen zu können. Dabei sollten unter Beachtung der im Verfahren verankerten und in Abschnitt 3 skizzierten Unsicherheiten jedoch zunächst gefragt werden, wie exakt die äquivalente Konizität überhaupt bestimmt werden muss. Sicherlich besteht die Möglichkeit, durch weitere normative Vereinbarung hinsichtlich Glättung von Profildaten und unter Berücksichtigung der Lasteinleitung eine Verbesserung der Vergleichbarkeit der berechneten Nennwerte zu ermöglichen. Diese Vereinbarungen greifen jedoch nicht an den Unsicherheiten an, die sich aus der Konzeption der äquivalenten Konizität selbst ergeben. Die heute verfügbare Rechen-technik bietet hingegen die Möglichkeit, durch Behandlung der nichtlinearen Bewegungsgleichungen die kritische Geschwindigkeit mit weit höherer Genauigkeit zu berechnen. Obgleich der Kennwert der äquivalenten Konizität (gemeinsam mit weiteren Spurführungsgrößen wie der Kontaktpunkt-Verteilung, Kontaktwinkel und Rollradiendifferenz) einen ersten Eindruck über die Eigenschaften einer spezifischen Rad/Schiene-Paarung zu vermitteln und womöglich Schwachstellen aufzuzeigen vermag, ist seine Anwendung als Akzeptanzgröße im Zulassungsprozess von Schienenfahrzeugen nach Ansicht der Autoren kritisch zu hinterfragen.

#### 5 Quellen

- [1] S. Günther: „Theorie und Praxis einer Berechnungssoftware für die äquivalente Konizität“, Diplomarbeit eingereicht im Juli 2017, TU Dresden
- [2] J. Klingel: „Über den Lauf von Eisenbahnwagen auf gerader Bahn“, In: Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 20 (1883), S. 113-123
- [3] H. True: „Zur äquivalenten Konizität“, In: Tagungsband der Tagung Moderne Schienenfahrzeuge 2007, Graz, 2007 S. 290-298